

Penerapan Algoritma Kruskal dalam Perancangan Transmisi Energi Listrik di Komplek Perumahan

Yudi Alfayat - 13519051
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
13519051@std.stei.itb.ac.id

Abstrak— Graf merupakan struktur diskrit yang mengandung vertex/simpul dan edge/busur yang menghubungkan simpul-simpul tersebut. Terdapat jenis-jenis graf berdasarkan ada atau tidaknya gelang atau sisi ganda pada suatu graf yaitu graf sederhana dan tak-sederhana. Selain itu berdasarkan arah pada graf berupa graf tak berarah dan berarah. Pohon atau tree adalah sebuah graf tak-berarah terhubung yang tidak mengandung sirkuit di dalamnya. Dengan menggunakan teori pohon, terdapat Algoritma Kruskal yang menemukan Pohon merentang minimum. Algoritma ini dapat digunakan untuk menghitung jumlah kabel terpendek yang digunakan untuk transmisi energi listrik. Pada makalah ini akan membahas bagaimana penerapan algoritma Kruskal tersebut dalam perancangan Transmisi Energi Listrik di Komplek Perumahan

Kata kunci—Graf, Pohon, Algoritma kruskal, Pohon merentang minimum, Transmisi Energi Listrik.

I. PENDAHULUAN

Pada saat ini aplikasi graf digunakan oleh manusia untuk merepresentasikan permasalahan yang ada agar lebih mudah dipecahkan. Ilmuwan kimia menggunakan graf dalam memodelkan molekul senyawa karbon, orang teknik elektro menggunakan graf dalam perancangan integrated circuit, serta masalah kemacetan lalu lintas dapat diselesaikan dengan memodelkan jalan raya dalam graf. Dan juga pada kehidupan sehari-hari banyak persoalan yang bisa disimpulkan sebagai persoalan yang berhubungan dengan graf.

Di Indonesia Transmisi atau penyaluran energi listrik dapat dilakukan dengan menggunakan kabel melalui saluran udara ataupun saluran bawah tanah. Jaringan-jaringan transmisi energi listrik ini membentuk berupa-berupa pohon merentang. Dengan menggunakan teori graf dan teori pohon, penggunaan kabel di penyaluran energi listrik dapat dioptimalkan, sehingga jumlah kabel yang digunakan lebih sedikit.

Pada makalah ini, akan membahas teori-teori dari graf dan pohon tersebut yang akhirnya dapat digunakan untuk mendapatkan pohon merentang minimum dari jaringan listrik.

II. DASAR TEORI

A. Graf

1. Definisi Graf

Graf merupakan struktur diskrit yang mengandung vertex/simpul dan edge/busur yang menghubungkan simpul-simpul tersebut. Graf dilambangkan sebagai berikut,

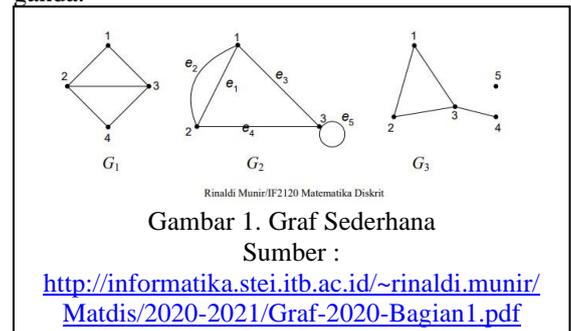
Graf $G = (V, E)$, V adalah himpunan simpul yang tidak kosong, dan E adalah himpunan edge/busur, yang dimana setiap edge-nya menghubungkan dua buah simpul. Himpunan E boleh kosong. Edge berbentuk (v_i, v_j) , yang artinya adalah edge menghubungkan titik v_1 dengan titik v_2 .

2. Jenis-jenis Graf

Berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda pada suatu graf, maka graf digolongkan menjadi dua jenis:

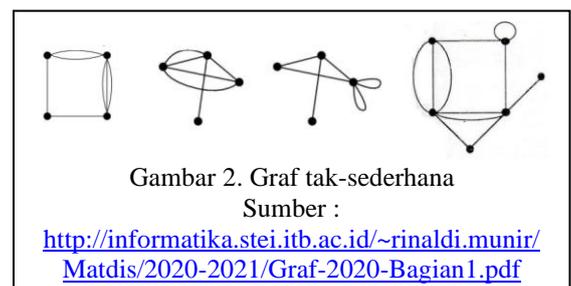
1. Graf Sederhana (simple graph)

Graf yang tidak mengandung gelang maupun sisi ganda.



2. Graf tak-sederhana (unsimple-graph)

Graf yang mengandung sisi ganda atau gelang dinamakan graf tak-sederhana (unsimple graph).



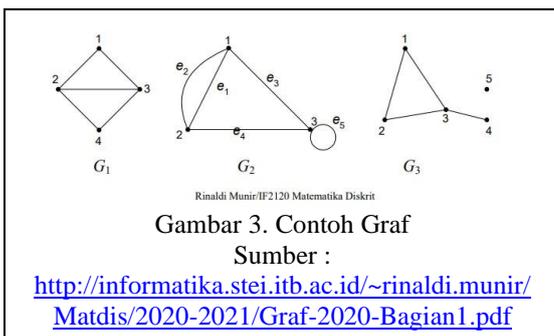
Graf tak-sederhana dibedakan lagi menjadi :

1. Graf Ganda, yaitu graf yang mengandung sisi ganda
2. Graf semu, yaitu graf yang mengandung sisi gelang

Berdasarkan arah pada graf, dibedakan atas 2 jenis :

1. Graf tak-berarah (undirected graph)
Graf tak-berarah yaitu graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah.
2. Graf berarah (directed graph atau digraph)
Graf berarah yaitu graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah.

3 Terminologi Graf



1. Ketetanggaan (Adjacent)

Dua buah simpul dikatakan bertetangga bila keduanya terhubung langsung dengan sebuah sisi. Tinjau graf G_1 (Pada Gambar 3) : simpul 1 bertetangga dengan simpul 2 dan 3, simpul 4 tidak bertetangga dengan simpul 1.

Untuk sembarang sisi $e = (v_j, v_k)$ dikatakan e bersisian dengan simpul v_j , atau e bersisian dengan simpul v_k . Dapat dilihat pada graf G_1 (Pada Gambar 3): sisi $(2, 3)$ bersisian dengan simpul 2 dan simpul 3, sisi $(2, 4)$ bersisian dengan simpul 2 dan simpul 4, tetapi sisi $(1, 2)$ tidak bersisian dengan simpul 4.

2. Simpul Terpencil (Isolated Vertex)

Simpul terpenyeil adalah simpul yang tidak mempunyai sisi yang bersisian dengannya atau tidak ada simpul lain yang terhubung dengannya. Pada graf G_3 (pada gambar 3) dapat dilihat bahwa simpul 5 adalah simpul terpenyeil.

3. Graf Kosong (null graph atau empty graph)

Graf kosong adalah graf yang tidak mempunyai sisi satupun, atau himpunan sisinya / edge adalah himpunan kosong.

4. Derajat (Degree)

Derajat suatu simpul adalah jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut. Notasi dari Derajat adalah $d(v)$. Pada gambar 3, nilai derajat simpul dari graf G_1 adalah $d(1) = d(4) = 2$, $d(2) = d(3) = 3$.

Pada graf yang berarah, derajat atau *degree* dibedakan menjadi dua, yaitu derajat masuk (in-degree) dan derajat keluar (out-degree).

Pada graf, terdapat suatu Lemma Jabat Tangan, yaitu jumlah derajat semua simpul pada suatu graf adalah genap, yaitu dua kali jumlah isi pada graf tersebut.

5. Lintasan (Path)

Lintasan yang panjangnya n dari simpul awal v_0 ke simpul tujuan v_n di dalam graf G ialah barisan berselang-seling simpul-simpul dan sisi-sisi yang berbentuk $v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \dots, v_{n-1}, e_n, v_n$ sedemikian sehingga $e_1 = (v_0, v_1), e_2 = (v_1, v_2), \dots, e_n = (v_{n-1}, v_n)$ adalah sisi-sisi dari graf G .

Dapat dilihat pada graf G_1 (pada gambar 3) : lintasan 1, 2, 4, 3 adalah lintasan dengan barisan sisi $(1,2), (2,4), (4,3)$. Panjang lintasan adalah jumlah sisi dalam lintasan tersebut. Lintasan 1, 2, 4, 3 pada G_1 memiliki panjang 3.

6. Siklus atau Sirkuit (Circuit)

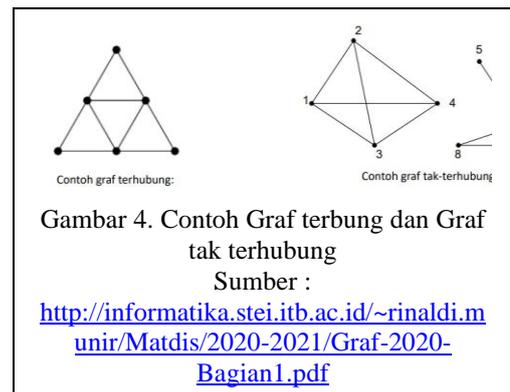
Lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama disebut sirkuit atau siklus.

Dilihat pada graf G_1 (Gambar 3) : 1, 2, 3, 1 adalah sebuah sirkuit. Panjang sirkuitnya adalah jumlah sisi dalam sirkuit tersebut. Sirkuit 1, 2, 3, 1 pada G_1 memiliki panjang 3.

7. Keterhubungan (Connected)

Dua buah simpul v_1 dan simpul v_2 disebut terhubung jika terdapat lintasan dari v_1 ke v_2 . G disebut graf terhubung (connected graph) jika untuk setiap pasang simpul v_i dan v_j dalam himpunan V terdapat lintasan dari v_i ke v_j .

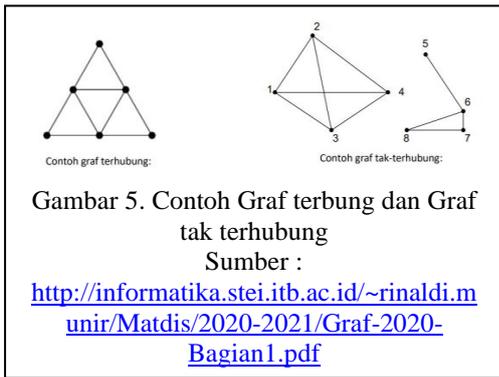
Jika tidak, maka graf G disebut graf tak-terhubung (disconnected graph).



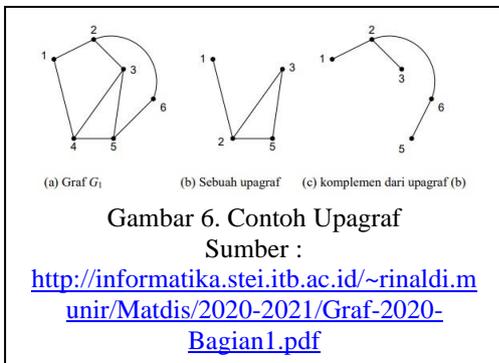
Graf berarah G dikatakan terhubung jika graf tidak berarahnya terhubung (graf tidak berarah dari G diperoleh dengan menghilangkan arahnya). Dua buah simpul di graf berarah, u dan v dikatakan terhubung kuat (strongly connected) jika terdapat lintasan berarah dari u ke v dan juga lintasan berarah dari v ke u . Namun jika u dan v tidak terhubung kuat, tetapi terhubung pada graf tidak berarahnya, maka u dan v dikatakan terhubung lemah (weakly connected).

Suatu graf dikatakan graf terhubung kuat (strongly connected graph) apabila untuk setiap pasang simpul

sembarang u dan v di G , terhubung kuat. Namun jika tidak, maka disebut graf terhubung lemah.

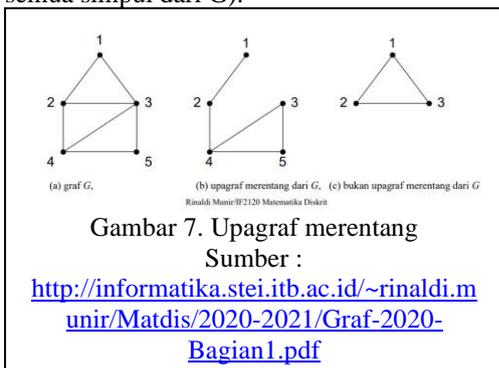


8. Upagraf (subgraph) dan komplement Upagraf
Misalkan $G = (V, E)$ adalah sebuah graf. $G_1 = (V_1, E_1)$ adalah upagraf (subgraph) dari G jika $V_1 \subseteq V$ dan $E_1 \subseteq E$.
Komplement dari upagraf G_1 terhadap graf G adalah graf $G_2 = (V_2, E_2)$ sedemikian sehingga $E_2 = E - E_1$ dan V_2 adalah himpunan simpul yang anggota-anggota E_2 bersisian dengannya.



Komponen graf (connected component) adalah jumlah maksimum upagraf terhubung dalam graf G . Pada graf berarah, komponen terhubung kuat (strongly connected component) adalah jumlah maksimum upagraf yang terhubung kuat.

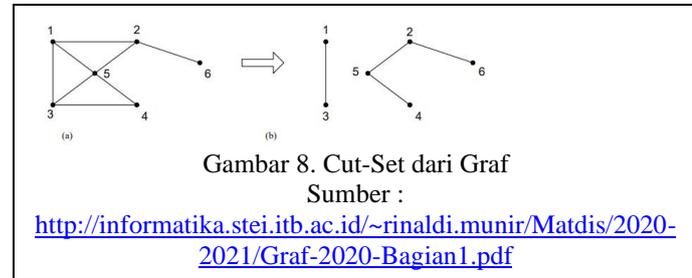
9. Upagraf Merentang (Spanning Subgraph)
Upagraf $G_1 = (V_1, E_1)$ dari $G = (V, E)$ dikatakan upagraf rentang jika $V_1 = V$ (yaitu G_1 mengandung semua simpul dari G).



10. Cut-Set

Cut-set dari graf terhubung G adalah himpunan sisi yang bila dibuang dari G menyebabkan G tidak terhubung. Jadi, cut-set selalu menghasilkan dua buah komponen.

Pada graf pada gambar 8, $\{(1,2), (1,5), (3,5), (3,4)\}$ adalah cut-set. Terdapat banyak cut-set pada sebuah graf terhubung.
Himpunan $\{(1,2), (2,5)\}$ juga adalah cut-set, $\{(1,3), (1,5), (1,2)\}$ adalah cut-set, $\{(2,6)\}$ juga cut-set, tetapi $\{(1,2), (2,5), (4,5)\}$ bukan cut-set sebab himpunan bagiannya, $\{(1,2), (2,5)\}$ adalah cut-set.



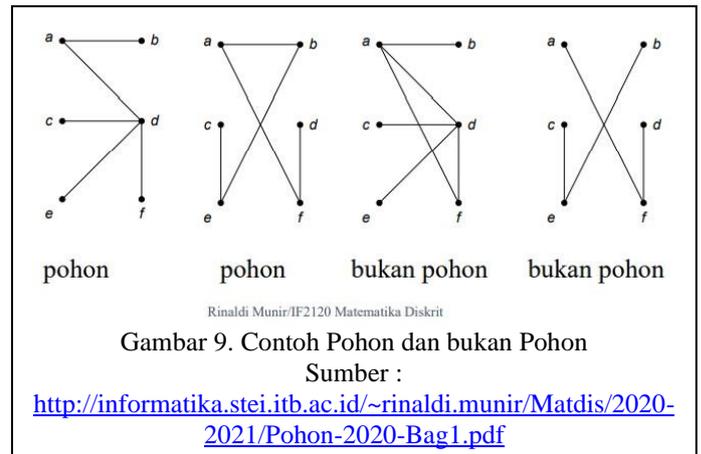
11. Graf Berbobot (Weighted Graph)

Graf berbobot adalah graf yang setiap sisinya diberi sebuah harga (bobot).

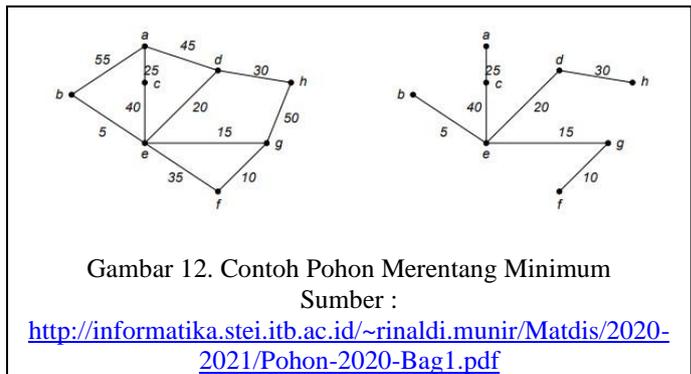
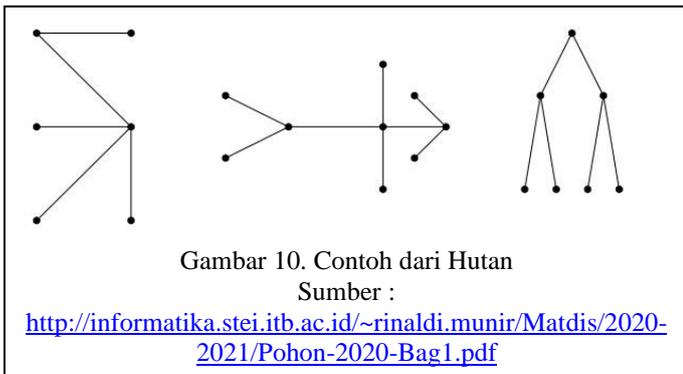
B. Pohon atau Tree

1 Defenisi Pohon

Pohon atau tree adalah sebuah graf tak-berarah terhubung yang tidak mengandung sirkuit di dalamnya. Seperti yang dapat dilihat pada gambar 9.



Hutan atau forest adalah kumpulan pohon yang saling lepas, atau graf tidak terhubung yang tidak mengandung sirkuit. Setiap komponen di dalam graf terhubung tersebut adalah pohon. Seperti yang dapat dilihat pada gambar 10.



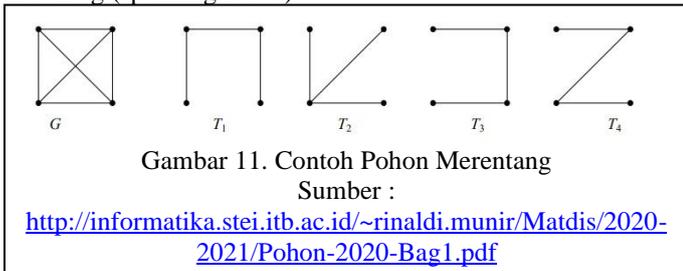
2. Sifat-sifat Pohon

Misalkan $G = (V, E)$ adalah graf tak-berarah sederhana dan jumlah simpulnya n . G adalah sebuah pohon yang memiliki sifat sebagai berikut.

1. Setiap pasang simpul di dalam G terhubung dengan lintasan tunggal.
2. G terhubung dan memiliki $m = n - 1$ buah sisi.
3. G tidak mengandung sirkuit dan memiliki $m = n - 1$ buah sisi.
4. G tidak mengandung sirkuit dan penambahan satu sisi pada graf akan membuat hanya satu sirkuit.
5. G terhubung dan semua sisinya adalah jembatan.

3. Pohon Merentang (spanning tree)

Pohon merentang dari graf terhubung adalah upgraf merentang yang berupa pohon. Pohon merentang dapat diperoleh dengan memotong sirkuit pada graf. Sebuah graf terhubung setidaknya pasti memiliki satu buah pohon merentang. Sedangkan graf tak-terhubung dengan k komponen mempunyai k buah hutan merentang yang disebut hutan merentang (spanning forest).



4. Pohon Merentang Minimum (minimum spanning tree)

Sebuah graf yang terhubung dan berbobot bisa mempunyai lebih dari satu *spanning tree*. Pohon merentang minimum adalah sebuah pohon merentang yang berbobot minimum. Seperti yang dapat dilihat pada gambar 12.

5. Algoritma Kruskal

Pohon merentang minimum dapat ditemukan dengan beberapa algoritma. Salah satu algoritma untuk menemukan pohon merentang minimum tersebut adalah algoritma kruskal. Berikut langkah-langkah menemukan pohon merentang minimum dengan menggunakan Algoritma Kruskal :

1. Semua sisi dari graf diurutkan menaik (dari terkecil ke terbesar) berdasarkan bobot dari sisinya.
2. Pohon T awalnya kosong.
3. Pilih sisi (u, v) dengan bobot minimum yang tidak membentuk sirkuit di T . Tambahkan sisi (u, v) ke dalam pohon T .
4. Terus ulangi langkah ketiga sebanyak $n-1$ kali.

```

procedure Kruskal(input G : graf, output T : pohon)
{ Membentuk pohon merentang minimum T dari graf terhubung -
berbobot G.
Masukan: graf-berbobot terhubung G = (V, E), dengan |V|= n
Keluaran: pohon rentang minimum T = (V, E')
}
Deklarasi
i, p, q, u, v : integer

Algoritma
( Asumsi: sisi-sisi dari graf sudah diurut menaik
berdasarkan bobotnya - dari bobot kecil ke bobot
besar)
T ← {}
while jumlah sisi T < n-1 do
  Pilih sisi (u,v) dari E yang bobotnya terkecil
  if (u,v) tidak membentuk siklus di T then
    T ← T ∪ {(u,v)}
  endif
endfor

```

Sumber :
<http://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/Matdis/2020-2021/Pohon-2020-Bag1.pdf>

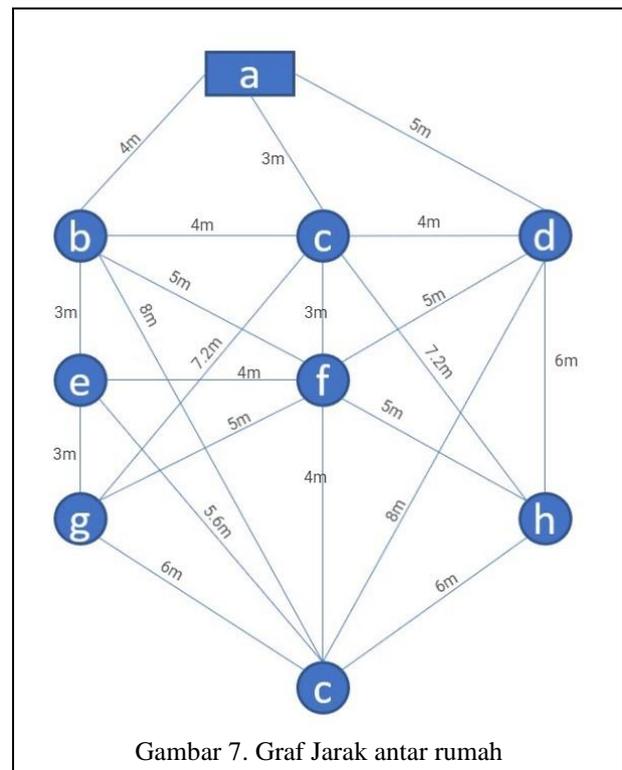
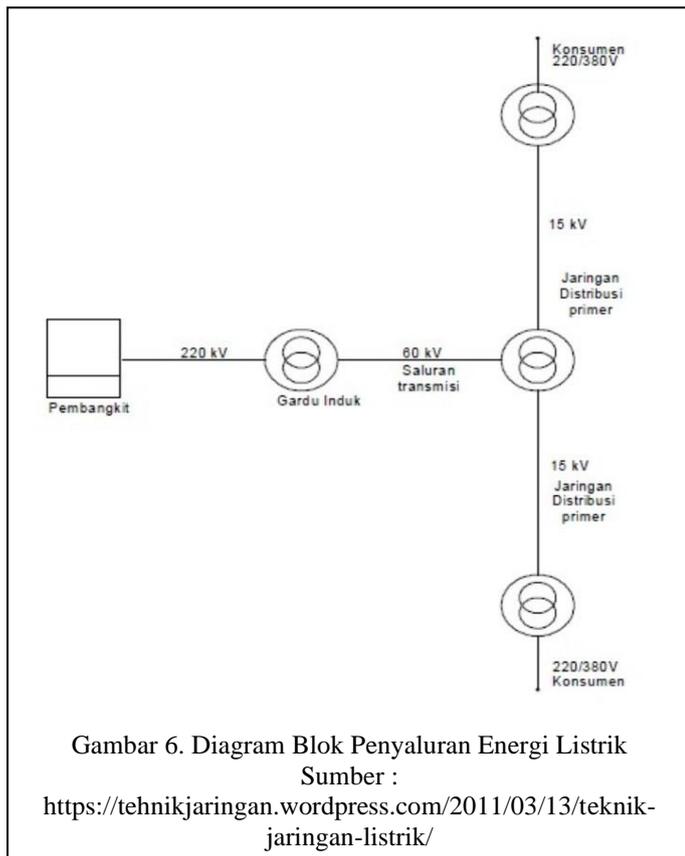
III. PERANCANGAN TRANSMISI ENERGI LISTRIK

A. Transmisi Energi Listrik di Indonesia

Transmisi atau penyaluran energi listrik dapat dilakukan dengan menggunakan kabel melalui saluran udara ataupun saluran bawah tanah. Saluran udara sendiri memiliki beberapa kelebihan dibandingkan dengan menggunakan saluran bawah tanah, yang diantaranya adalah isolasi yang lebih mudah, pendinginnya lebih baik, lebih cepat dalam penyelesaian masalah dan harga yang lebih murah dibandingkan dengan saluran bawah tanah.

Di Indonesia, konsumen rumah menggunakan energi listrik dengan tegangan 220/380V. Namun, untuk penyaluran energi

listrik dari pusat pembangkit ke konsumen tidak menggunakan tegangan 220/380V. Akan tetapi, menggunakan tegangan 15kV dari pusat pembangkit ke gardu induk, dan dari gardu induk ke gardu transformator menggunakan tegangan 20kV. Setelah itu, dari gardu transformator ke konsumen baru dengan tegangan 220/380V.



Untuk menemukan pohon merentang minimum dari graf perumahan tersebut, untuk mengoptimalkan penggunaan kabel sedikit mungkin, maka dapat digunakan Algoritma Kruskal dengan langkah-langkah yang sudah disebutkan sebelumnya.

B. Pohon Merentang dari Transmisi Energi Listrik Perumahan

Jika terdapat peta perumahan dengan graf sebagai berikut (gambar 7). Huruf 'a' mewakili gardu tranformator yang menurunkan tegangan tinggi menjadi teganan 220/380V untuk disalurkan ke perumahan. Bobot dari setiap sisi di graf perumahan tersebut merupakan jarak antar rumah-rumah dalam satuan meter.

Sisi-sisi diurutkan dari terkecil hingga terbesar :

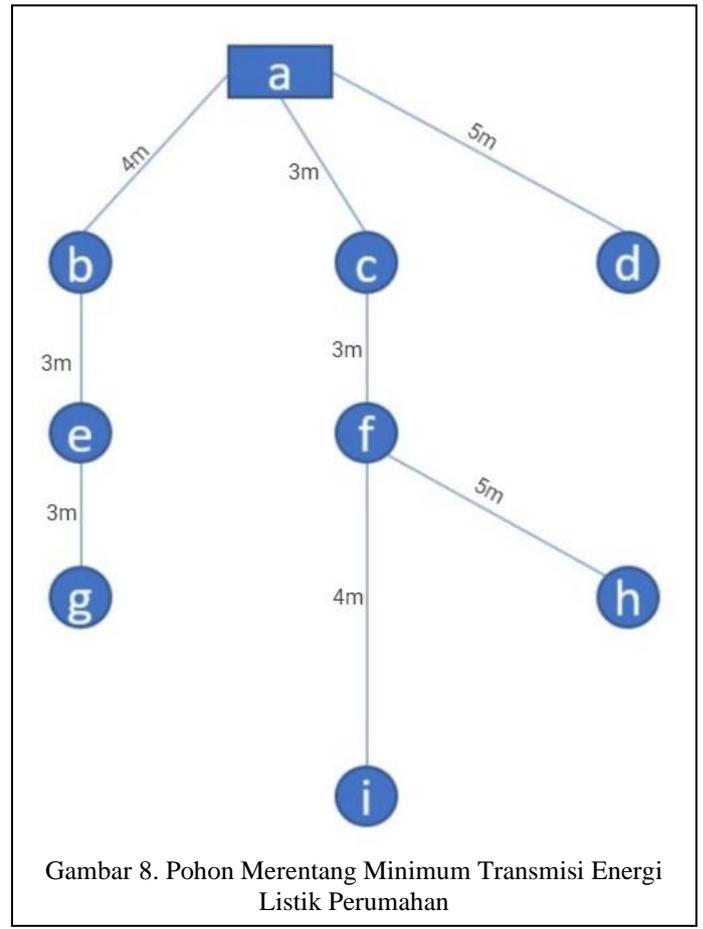
| | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Sisi | (a,c) | (b,e) | (c,f) | (e,g) | (a,b) | (b,c) | (c,d) | (e,f) | (f,i) |
| Bobot | 3 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |

| | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| (a,d) | (b,f) | (d,f) | (f,g) | (f,h) | (e,i) | (d,h) | (g,i) | (h,i) | (c,g) |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5.6 | 6 | 6 | 6 | 7.2 |

| | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|--|--|--|--|--|--|--|
| (c,h) | (b,i) | (d,i) | | | | | | | |
| 7.2 | 8 | 8 | | | | | | | |

| Langkah | Sisi | Bobot | Pohon |
|---------|-------|-------|-------|
| 0 | | | |
| 1 | (a,c) | 3 | |
| 2 | (b,e) | 3 | |
| 3 | (c,f) | 3 | |
| 4 | (e,g) | 3 | |
| 5 | (a,b) | 4 | |
| 6 | (f,i) | 4 | |
| 7 | (a,d) | 5 | |
| 8 | (f,h) | 5 | |

Setelah melakukan semua langkah, maka akan didapatkan sebuah pohon merentang yang bobotnya atau jarak antar rumah paling minimum. Pohon merentang minimum yang didapatkan adalah pada gambar 8. Jarak minimum yang didapatkan adalah sebesar 30m yang artinya kabel yang dibutuhkan untuk menyalurkan energi listrik pada perumahan tersebut adalah sepanjang 30 meter.



IV. CONCLUSION

Pohon merentang minimum dapat ditemukan dari sebuah graf terhubung yang berbobot dengan menggunakan Algoritma Kruskal. Sehingga algoritma ini dapat menentukan pohon merentang dari jaringan listrik perumahan. Seperti yang ada di contoh jaringan listrik yang didapatkan sepanjang 30 meter. Dengan menggunakan algoritma ini, kabel yang dibutuhkan untuk menyalurkan energi listrik lebih sedikit.

V. UCAPAN TERIMAKASIH

Puji syukur penulis ucapkan kepada Tuhan Yang Maha Esa karena atas rahmat-Nya penulis dapat menyelesaikan penulisan makalah ini. Penulis juga berterima kasih kepada Ibu Fariska Zakhralatifa Ruskandar, S.T., M.T., atas ilmu yang telah diberikan selama satu semester ini. Serta ucapan terimakasih, juga penulis sampaikan kepada teman-teman prodi IF yang telah membantu penulis selama satu semester di mata kuliah Matematika Diskrit ini.

REFERENCES

- [1] R. Munir, Matematika Diskrit. Bandung: Departemen Teknik Informatika Institut Teknologi Bandung, 2003.
- [2] Rosyidah, Khullatur. Teknik Jaringan Listrik
<http://tehnikjaringan.wordpress.com/2011/03/13/teknik-jaringan-listrik/>
Tanggal akses : 11 Desember 2020

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Mungo, 11 Desember 2020



Yudi Alfayat - 13519051